



# Peluang

**Aturan Perkalian, Permutasi, dan Kombinasi dalam Pemecahan Masalah** ✓

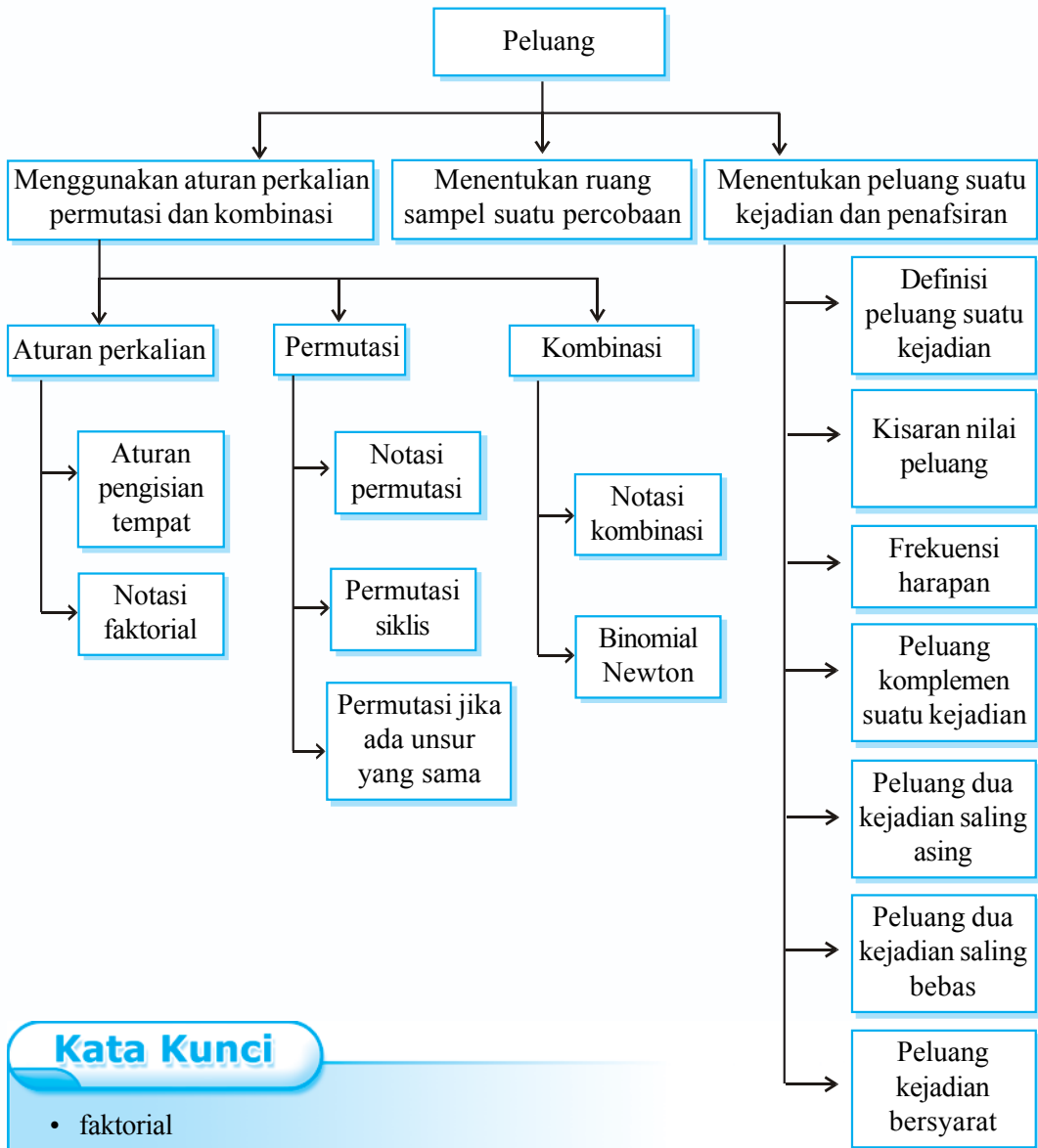
**Ruang Sampel Suatu Percobaan** ✓

**Peluang Suatu Kejadian dan Penafsirannya** ✓

Pada era demokrasi saat ini untuk menduduki suatu jabatan tertentu selalu dilakukan dengan pemilihan, bahkan untuk menjadi ketua karang taruna juga harus dilakukan dengan pemilihan. Andaikan ada 5 calon ketua karang taruna yaitu Amin, Banu, Cory, Dadang, dan Erni, berapakah peluang Banu untuk menjadi ketua karang taruna?

Istilah peluang banyak digunakan dalam kejadian yang terjadi dalam kehidupan sehari-hari. Pada bab ini, kamu akan mempelajari kaidah pencacahan dan sifat-sifat peluang dalam pemecahan masalah serta berbagai hal yang terkait dengannya.

# Peta Konsep



## Kata Kunci

- faktorial
- permutasi
- permutasi siklis
- kombinasi
- binomial
- peluang kejadian
- frekuensi harapan
- komplemen suatu kejadian

## 1. Aturan Perkalian

### a. Aturan Pengisian Tempat

Dalam kehidupan sehari-hari sering kita mendengar istilah semua kemungkinan yang terjadi dalam suatu percobaan. Misalnya, seorang siswa tiap kali ulangan nilainya selalu kurang baik, adakah kemungkinan siswa itu naik kelas?

#### Contoh soal

1. Tono mempunyai 3 buah baju berwarna putih, coklat, dan batik. Ia juga memiliki 2 buah celana warna hitam dan putih yang berbeda. Ada berapa pasang baju dan celana dapat dipakai dengan pasangan yang berbeda?

#### Penyelesaian

Putih  $\left\{ \begin{array}{l} \text{Hitam} \longrightarrow \text{Putih, Hitam} \\ \text{Cokelat} \longrightarrow \text{Putih, Cokelat} \end{array} \right.$

Batik  $\left\{ \begin{array}{l} \text{Hitam} \longrightarrow \text{Batik, Hitam} \\ \text{Cokelat} \longrightarrow \text{Batik, Cokelat} \end{array} \right.$

Coklat  $\left\{ \begin{array}{l} \text{Hitam} \longrightarrow \text{Cokelat, Hitam} \\ \text{Cokelat} \longrightarrow \text{Cokelat, Cokelat} \end{array} \right.$

Jadi banyaknya pasangan baju dan celana secara bergantian sebanyak  $3 \times 2 = 6$  cara.

Dengan aturan jumlah:

Warna atau jenis baju      warna celana      pasangan baju dan celana

putih (p)  $\longrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{hitam (h)} \longrightarrow (p, h) \\ \text{cokelat (c)} \longrightarrow (p, c) \end{array} \right.$

cokelat (c)  $\longrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{hitam (h)} \longrightarrow (c, h) \\ \text{cokelat (c)} \longrightarrow (c, c) \end{array} \right.$

batik (b)  $\longrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{hitam (h)} \longrightarrow (b, h) \\ \text{cokelat (c)} \longrightarrow (b, c) \end{array} \right.$

Jadi banyaknya pasangan baju dan celana secara bergantian sebanyak  $2 + 2 + 2 = 6$  cara.

2. Seorang ingin membuat plat nomor kendaraan yang terdiri dari 4 angka, padahal tersedia angka-angka 1, 2, 3, 4, 5 dan dalam plat nomor itu tidak boleh ada angka yang sama. Berapa banyak plat nomor dapat dibuat?

**Penyelesaian**

Untuk menjawab pertanyaan tersebut marilah kita pakai pengisian tempat kosong seperti terlihat pada bagan berikut.

a	b	c	d

Dibuat 4 buah kotak kosong yaitu kotak (a), (b), (c) dan (d) sebab nomor kendaraan itu terdiri dari 4 angka.

a	b	c	d
5			

Kotak (a) dapat diisi angka 1, 2, 3, 4, atau 5 sehingga ada 5 cara.

a	b	c	d
5	4		

Kotak (b) hanya dapat diisi angka  $5 - 1 = 4$  cara karena 1 cara sudah diisikan di kotak (a).

a	b	c	d
5	4	3	

Kotak (c) hanya dapat diisi angka  $5 - 2 = 3$  cara karena 2 cara sudah diisikan di kotak (a) dan (b).

a	b	c	d
5	4	3	2

Kotak (d) hanya dapat diisi angka  $5 - 3 = 2$  cara karena 3 cara sudah diisikan di kotak (a), (b), dan (c).

Jadi, polisi itu dapat membuat plat nomor kendaraan sebanyak  $5 \times 4 \times 3 \times 2 = 120$  plat nomor kendaraan.

Dari contoh tersebut dapat disimpulkan, jika persoalan pertama dapat diselesaikan dengan  $a$  cara yang berlainan dan persoalan kedua dapat diselesaikan dengan  $b$  cara yang berlainan, maka persoalan pertama dan kedua dapat diselesaikan dengan  $a \times b$  cara.

**Latihan 2.1**

**Kerjakan soal-soal di bawah ini dengan benar.**

1. Untuk menuju kota C dari kota A harus melewati kota B. Dari kota A ke kota B melewati 4 jalur dan dari kota B ke kota C ada 3 jalur. Dengan berapa jalur Budi dapat pergi dari kota A ke kota C?
2. Amir mempunyai 5 kaos kaki dan 3 sepatu yang berlainan warna. Dengan berapa cara Amir dapat memakai sepatu dan kaos kaki?

3. Badu mempunyai 5 baju, 3 celana panjang, dan 2 topi yang berlainan warna. Ada berapa pasangan baju, celana panjang, dan topi dapat dipakai?
4. Dari lima buah angka 2, 3, 5, 7, dan 9 akan disusun menjadi suatu bilangan yang terdiri dari 4 angka. Berapa banyak bilangan yang dapat disusun jika:
  - a. angka-angka boleh berulang,
  - b. angka-angkanya tidak boleh berulang?

## b. Notasi Faktorial

Faktorial adalah hasil kali bilangan asli berurutan dari 1 sampai dengan  $n$ .

### Ingat!!

Untuk setiap bilangan asli  $n$ , didefinisikan:  
 $n! = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times (n-2) \times (n-1) \times n$   
 lambang atau notasi  $n!$  dibaca sebagai  $n$  faktorial untuk  $n > 2$ .

Definisi:

$$n! = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times (n-2) \times (n-1) \times n \quad \text{atau}$$

$$n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 3 \times 2 \times 1$$

Untuk lebih memahami tentang faktorial, perhatikan contoh berikut.

### Contoh soal

Hitunglah nilai dari:

1.  $6!$
2.  $3! \times 2!$
3.  $\frac{7!}{4!}$
4.  $\frac{5!}{4!} \times 3!$
5.  $\frac{8!}{3! \times 6!}$

### Penyelesaian

$$1. \quad 6! = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720$$

$$2. \quad 3! \times 2! = 3 \times 2 \times 1 \times 2 \times 1 = 6 \times 2 = 12$$

$$3. \quad \frac{7!}{4!} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 7 \times 6 \times 5 = 210$$

$$4. \quad \frac{5!}{4!} \times 3! = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{4 \times 3 \times 2 \times 1} \times 3 \times 2 \times 1 = 5 \times 6 = 30$$

$$5. \quad \frac{8!}{3! \times 6!} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{3 \times 2 \times 1 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = \frac{8 \times 7}{6} = 28$$

## Latihan 2.2

Kerjakan soal-soal di bawah ini dengan benar.

1. Hitunglah:

a.  $6! - 3!$

d.  $\frac{5!}{8!} \times 4!$

b.  $\frac{10!}{6!}$

e.  $\frac{12!}{3!9!}$

c.  $5! \times 2!$

2. Nyatakan dalam notasi faktorial.

a.  $3 \times 4 \times 5 \times 6$

d.  $\frac{9 \times 8 \times 7}{1 \times 2 \times 3}$

b.  $15 \times 14 \times 13 \times 12 \times 11$

e.  $\frac{5 \times 4 \times 3}{1 \times 2 \times 3}$

c.  $\frac{8 \times 7 \times 6 \times 5}{1 \times 2 \times 3 \times 4}$

3. Buktikan:

a.  $\frac{1}{3!} - \frac{1}{4!} = \frac{3}{4!}$

d.  $\frac{5}{7!} - \frac{1}{6!} + \frac{10}{8!} = \frac{1}{7!}$

b.  $\frac{1}{5!} + \frac{1}{3!} = \frac{21}{5!}$

e.  $\frac{8}{8!} + \frac{1}{6!} - \frac{5}{7!} = \frac{2}{7!}$

c.  $\frac{1}{2!} + \frac{1}{4!} - \frac{15}{5!} = \frac{10}{4!}$

4. Carilah  $n$ , jika  $\frac{n! - (n-2)!}{(n-1)!} = 1$ .

## 2. Permutasi

### a. Notasi Permutasi

Seorang pengusaha mebel ingin menulis kode nomor pada kursi buatannya yang terdiri dari 3 angka, padahal pengusaha itu hanya memakai angka-angka 1, 2, 3, 4, dan 5. Angka-angka itu tidak boleh ada yang sama. Berapakah banyaknya kursi yang akan diberi kode nomor?

Untuk menjawab hal tersebut marilah kita gambarkan 3 tempat kosong yang akan diisi dari 5 angka yang tersedia.

a	b	c
5	4	3

Kotak (a) dapat diisi dengan 5 angka yaitu angka 1, 2, 3, 4, atau 5. Kotak (b) dapat diisi dengan 4 angka karena 1 angka sudah diisikan di kotak (a). Adapun kotak (c) hanya dapat diisi dengan 3 angka, sehingga banyaknya kursi yang akan diberi kode adalah  $5 \times 4 \times 3 = 60$  kursi. Susunan semacam ini disebut permutasi karena urutannya diperhatikan, sebab 125 tidak sama dengan 215 ataupun 521.

Permutasi pada contoh ini disebut permutasi tiga-tiga dari 5 unsur dan dinotasikan dengan  $P_3^5$  atau  $P_{(5,3)}$  atau  ${}_5P_3$ , sehingga:

$$\begin{aligned} {}_5P_3 &= 5 \times 4 \times 3 \\ &= 5 \times (5 - 1) \times (5 - 2) \\ &= 5 \times (5 - 1) \times \dots \times (5 - 3 + 1), \end{aligned}$$

Secara umum dapat diperoleh kesimpulan sebagai berikut.

Banyaknya permutasi dari  $n$  unsur diambil  $r$  unsur dinotasikan:

$${}_n P_r = n(n-1)(n-2)(n-3) \dots (n-r+1)$$

Atau dapat juga ditulis:

$$\begin{aligned} {}_n P_r &= n(n-1)(n-2) \dots (n-r+1) \frac{(n-r)(n-r-1) \dots 3 \cdot 2 \cdot 1}{(n-r)(n-r-1) \dots 3 \cdot 2 \cdot 1} \\ &= \frac{n(n-1)(n-2) \dots (n-r+1)(n-r)(n-r-1) \dots 3 \cdot 2 \cdot 1}{(n-r)(n-r-1) \dots 3 \cdot 2 \cdot 1} \\ &= \frac{n(n-1)(n-2) \dots 3 \cdot 2 \cdot 1}{(n-r)(n-r-1) \dots 3 \cdot 2 \cdot 1} \\ {}_n P_r &= \frac{n!}{(n-r)!} \end{aligned}$$

$${}_n P_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

## Tugas Kelompok

Buatlah kelompok-kelompok dalam kelasmu, kemudian buktikan:

$$\begin{aligned}{}_n P_n &= n! \\ 0! &= 1\end{aligned}$$

Cocokkan hasilnya dengan kelompok yang lain.

Selanjutnya, adakan diskusi tentang materi ini.

Untuk lebih memahami tentang permutasi, pelajari contoh berikut.

### Contoh soal

1. Tentukan nilai dari:

a.  ${}_8 P_3$

b.  ${}_4 P_4$

#### Penyelesaian

$$\begin{aligned}\text{a. } {}_8 P_3 &= \frac{8!}{(8-3)!} = \frac{8!}{5!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \\ &= 8 \cdot 7 \cdot 6 = 336\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{b. } {}_4 P_4 &= \frac{4!}{(4-4)!} = \frac{4!}{0!} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{1} \\ &= 24\end{aligned}$$

2. Tentukan nilai  $n$  bila  ${}_{(n-1)} P_2 = 20$ .

#### Penyelesaian

$$\begin{aligned}{}_{(n-1)} P_2 &= 20 \\ \frac{(n-1)!}{(n-1-2)!} &= 20 \\ \frac{(n-1)!}{(n-3)!} &= 20 \\ \frac{(n-1)(n-2) \dots 3 \cdot 2 \cdot 1}{(n-3)(n-4) \dots 3 \cdot 2 \cdot 1} &= 20 \\ (n-1)(n-2) &= 20 \\ n^2 - 2n - n + 2 &= 20 \\ n^2 - 3n + 2 - 20 &= 0 \\ n^2 - 3n - 18 &= 0 \\ (n-6)(n+3) &= 0\end{aligned}$$

$$n - 6 = 0 \text{ atau } n + 3 = 0$$

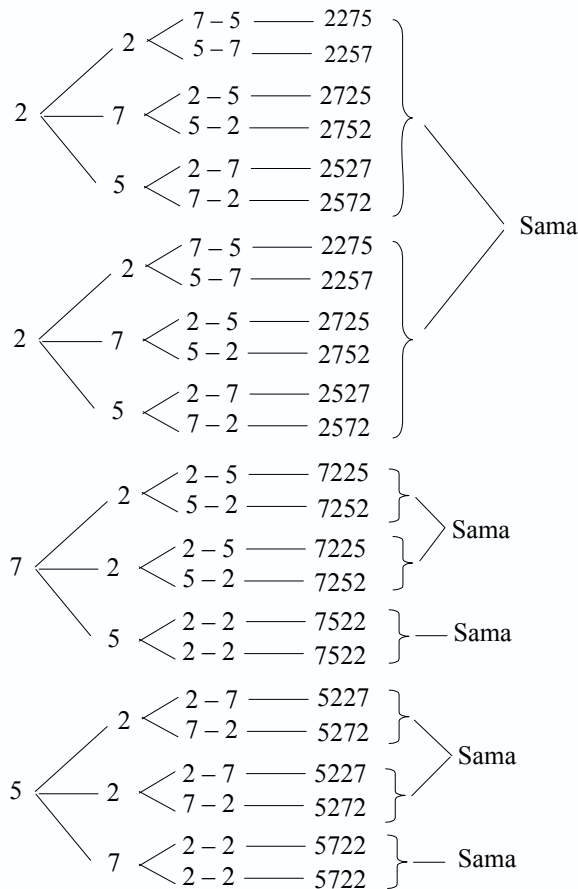
$$n = 6 \text{ atau } n = -3$$

Karena  $n$  bilangan positif maka  $n = 6$ .

### b. Permutasi Jika Ada Unsur yang Sama

Untuk menghitung banyaknya permutasi jika ada unsur yang sama, marilah kita lihat contoh berikut.

Berapakah banyaknya bilangan yang dapat disusun dari angka 2275 apabila tidak boleh ada angka-angka yang sama. Untuk menjawab soal tersebut dapat dipergunakan bagan di bawah ini.



Sehingga banyaknya permutasi 2275 ada 12 cara.

Dari contoh dapat dijabarkan  $4 \times 3 = 12$  atau permutasi 4 unsur dengan 2 unsur

sama ditulis:  $\frac{4!}{2!}$ . Secara umum permutasi  $n$  unsur dengan  $p$  unsur sama dan  $q$

unsur sama ditulis:  $\frac{n!}{p!q!}$

Banyaknya permutasi  $n$  unsur yang memuat  $k$ ,  $l$ , dan  $m$  unsur yang sama dapat ditentukan dengan rumus:

$$P = \frac{n!}{k! l! m!}$$

**Contoh soal**

1. Berapa banyak kata dapat disusun dari kata:
  - a. AGUSTUS
  - b. GAJAH MADA

**Penyelesaian**

- a. AGUSTUS

Banyaknya huruf = 7, banyaknya  $S = 2$ , banyaknya  $U = 2$

$$P = \frac{7!}{2!2!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1} = 1.260$$

- b. GAJAH MADA

Banyaknya huruf = 9, banyaknya  $A = 4$

$$P = \frac{9!}{4!} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 15.120$$

2. Berapa banyak bilangan 7 angka yang dapat disusun dari angka-angka:
  - a. 4, 4, 4, 5, 5, 5, dan 7
  - b. 2, 2, 4, 4, 6, 6 dan 8

**Penyelesaian**

- a. 4, 4, 4, 5, 5, 5, dan 7

banyaknya angka = 7, banyaknya angka 4 = 3, banyaknya angka 5 = 3

$$P = \frac{7!}{3!3!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 140$$

- b. 2, 2, 4, 4, 6, 6, dan 8

banyaknya angka = 7, banyaknya angka 2 = 2, banyaknya angka 4 = 2 dan banyaknya angka 6 = 2

$$P = \frac{7!}{2!2!2!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1} = 630$$

**c. Permutasi Siklis**

Permutasi siklis adalah permutasi yang cara menyusunnya melingkar, sehingga banyaknya menyusun  $n$  unsur yang berlainan dalam lingkaran ditulis:

$$\frac{n!}{n} = \frac{n(n-1)(n-2)\dots 3 \cdot 2 \cdot 1}{n} = (n-1)(n-2)\dots 3 \cdot 2 \cdot 1 = (n-1)!$$

atau

$$P_{(\text{siklis})} = (n-1)!$$

### Contoh soal

Pada rapat pengurus OSIS SMA X dihadiri oleh 6 orang yang duduk mengelilingi sebuah meja bundar. Berapakah susunan yang dapat terjadi?

### Penyelesaian

$$P_{(\text{siklis})} = (6-1)! = 5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

## Latihan 2.3

**Kerjakan soal-soal di bawah ini dengan benar.**

- Tentukan nilai dari:
  - ${}_5P_3$
  - ${}_4P_4$
  - ${}_6P_4 - {}_5P_2$
  - ${}_9P_2 \times {}_{10}P_3$
- Tentukan  $n$  jika diketahui:
  - ${}_nP_5 = {}_{10}P_4$
  - ${}_{(n+1)}P_3 = {}_nP_4$
  - ${}_{(n-1)}P_2 = 20$
  - ${}_nP_2 = 6$
- Tersedia angka-angka 1, 2, 3, 4 akan dibentuk bilangan dengan empat angka tanpa memuat angka yang sama. Berapa banyak bilangan yang dapat dibentuk?
- Dari 7 siswa akan dipilih 4 siswa untuk menjadi pengurus kelas, yaitu ketua, wakil ketua, sekretaris, dan bendahara. Berapa banyak susunan pengurus apabila setiap calon pengurus mempunyai kemungkinan yang sama untuk dipilih dan tidak ada pengurus yang rangkap?
- Berapa banyak bilangan yang terdiri dari 6 angka yang dapat dibentuk dari angka-angka berikut?
  - 223456
  - 112278
  - 123123
  - 555566
- Berapa banyak susunan huruf yang dapat disusun dari huruf-huruf berikut?
  - UNSUR
  - GUNUNG
  - STATISTIKA
  - MATEMATIKA
- Terdapat 7 siswa sedang belajar di taman membentuk sebuah lingkaran. Ada berapa cara mereka duduk dengan membentuk sebuah lingkaran?

### 3. Kombinasi

#### a. Notasi Kombinasi

Pada waktu kenaikan kelas dari kelas X ke kelas XI, siswa yang naik akan memasuki jurusan masing-masing. Ada yang IPA, IPS, maupun Bahasa. Oleh karena itu, diadakan perpindahan kelas dengan jalan berjabat tangan. Kita contohkan ada 3 siswa saling berjabat tangan misalkan Adi, Budi, dan Cory. Ini dapat ditulis Adi-Budi, Adi-Cory, Budi-Adi, Budi-Cory, Cory-Adi, Cory-Budi. Dalam himpunan Adi berjabat tangan dengan Budi ditulis  $\{\text{Adi, Budi}\}$ . Budi berjabat tangan dengan Adi ditulis  $\{\text{Budi, Adi}\}$ . Antara  $\{\text{Adi, Budi}\}$  dan  $\{\text{Budi, Adi}\}$  menyatakan himpunan yang sama, berarti keduanya merupakan kombinasi yang sama. Di lain pihak Adi – Budi, Budi – Adi menunjukkan urutan yang berbeda yang berarti merupakan permutasi yang berbeda.

Dari contoh dapat diambil kesimpulan:

Permutasi = Adi – Budi, Adi – Cory, Budi – Adi, Budi – Cory, Cory – Adi, Cory – Budi  
= 6 karena urutan diperhatikan

Kombinasi = Adi – Budi, Adi – Cory, Budi – Cory  
= 3 karena urutan tidak diperhatikan

Sehingga

$$\text{Kombinasi} = 3 = \frac{6}{2} = \frac{\text{permutasi}}{2}$$

Jika kombinasi dari 3 unsur diambil 2 unsur ditulis:

$${}_3C_2 = \frac{{}_3P_2}{2} = \frac{3!}{2! (3-2)!}$$

Secara umum dapat disimpulkan bahwa:

Banyaknya kombinasi dari  $n$  unsur yang berbeda dengan setiap pengambilan dengan  $r$  unsur ditulis  $C_r^n$ ,  $nC_r$  atau  $C_{(n-r)}$  adalah:

$$\begin{aligned} nC_r &= \frac{{}_nP_r}{r!} \\ &= \frac{n!}{(n-r)! r!} \end{aligned}$$

Perhatikan contoh soal berikut untuk lebih memahami tentang kombinasi.

#### Contoh soal

1. Hitunglah nilai dari:

a.  ${}_7C_3$

b.  ${}_7C_2 \times {}_5C_1$

c.  $\frac{{}_6C_2 \times {}_5C_2}{{}_6C_4}$

### Penyelesaian

$$a. \quad {}_7C_3 = \frac{7!}{3!(7-3)!} = \frac{7!}{3!4!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 35$$

$$b. \quad {}_7C_2 \times {}_5C_1 = \frac{7!}{2!(7-2)!} \times \frac{5!}{1!(5-1)!} = \frac{7!}{2!5!} \times \frac{5!}{4!} \\ = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 1 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \times \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 21 \times 5 = 105$$

$$c. \quad \frac{{}_6C_2 \times {}_5C_2}{{}_6C_4} = \frac{\frac{6!}{2!(6-4)!} \times \frac{5!}{2!(5-2)!}}{\frac{6!}{4!(6-4)!}} = \frac{\frac{6!}{2!4!} \times \frac{5!}{2!3!}}{\frac{6!}{4!2!}} \\ = \frac{\frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 1 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \times \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}}{\frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1}} = \frac{15 \times 10}{15} = 10$$

2. Dalam pelatihan bulutangkis terdapat 10 orang pemain putra dan 8 orang pemain putri. Berapakah pasangan ganda yang dapat diperoleh untuk:
- ganda putra
  - ganda putri
  - ganda campuran

### Penyelesaian

- a. Karena banyaknya pemain putra ada 10 dan dipilih 2, maka banyak cara ada:

$${}_{10}C_2 = \frac{10!}{2!(10-2)!} = \frac{10!}{2!8!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \dots 3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 1 \cdot 8 \cdot 7 \dots 3 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{10 \cdot 9}{2} = 45 \text{ cara}$$

- b. Karena banyaknya pemain putri ada 8 orang dan dipilih 2, maka banyaknya cara ada:

$${}_8C_2 = \frac{8!}{2!(8-2)!} = \frac{8!}{2!6!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 28 \text{ cara}$$

- c. Ganda campuran berarti 10 putra diambil satu dan 8 putri diambil 1, maka:

$${}_{10}C_1 \times {}_8C_1 = \frac{10!}{1!(10-1)!} \times \frac{8!}{1!(8-1)!} = \frac{10!}{1!9!} \times \frac{8!}{1!7!} = 10 \times 8 = 80 \text{ cara}$$

3. Berapa banyaknya nomor telepon yang terdiri dari 7 angka dapat dibuat dengan 4 digit awalnya adalah 0812, tiga digit sisanya saling berbeda dan bukan merupakan bilangan-bilangan 0, 3, atau 5, serta digit terakhirnya bukan angka 9.



Jadi teorema binomial Newton dapat dirumuskan sebagai berikut.

$$(x + y)^n = \sum_{k=0}^n {}_n C_k x^{n-k} y^k$$

Untuk lebih memahami teorema binomial Newton, pelajarialah contoh soal berikut.

### Contoh soal

1. Jabarkan tiap binomial berikut ini.

a.  $(x + y)^3$                       b.  $(x + 2y)^4$

### Penyelesaian

$$\begin{aligned} \text{a. } (x + y)^3 &= \sum_{k=0}^3 {}_3 C_k x^{3-k} y^k \\ &= {}_3 C_0 \cdot x^{3-0} \cdot y^0 + {}_3 C_1 \cdot x^{3-1} \cdot y^1 + {}_3 C_2 \cdot x^{3-2} \cdot y^2 + {}_3 C_3 \cdot x^{3-3} \cdot y^3 \\ &= 1 \cdot x^3 \cdot 1 + 3 \cdot x^2 \cdot y + 3 \cdot x \cdot y^2 + 1 \cdot x^0 \cdot y^3 \\ &= x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + 1 \cdot 1 \cdot y^3 \\ &= x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b. } (x + 2y)^4 &= \sum_{k=0}^4 {}_4 C_k x^{4-k} y^k \\ &= {}_4 C_0 \cdot x^{4-0} \cdot (2y)^0 + {}_4 C_1 \cdot x^{4-1} \cdot (2y)^1 + {}_4 C_2 \cdot x^{4-2} \cdot (2y)^2 + \\ &\quad {}_4 C_3 \cdot x^{4-3} \cdot (2y)^3 + {}_4 C_4 \cdot x^{4-4} \cdot (2y)^4 \\ &= 1 \cdot x^4 + 4 \cdot x^3 \cdot 2y + 6x^2 \cdot 2^2 \cdot y^2 + 4 \cdot x \cdot 2^3 \cdot y^3 + 1 \cdot 1 \cdot 2^4 \cdot y^4 \\ &= x^4 + 8x^3y + 24x^2y^2 + 32xy^3 + 16y^4 \end{aligned}$$

2. Tentukan suku ke-4 dari  $(2x + 3y)^6$ .

### Penyelesaian

$$\begin{aligned} (2x + 3y)^6 &= \sum_{k=0}^6 {}_6 C_k (2x)^{6-k} (3y)^k \\ &= {}_6 C_0 \cdot (2x)^{6-0} \cdot (3y)^0 + {}_6 C_1 \cdot (2x)^{6-1} \cdot (3y)^1 + {}_6 C_2 \cdot (2x)^{6-2} \cdot (3y)^2 + \\ &\quad {}_6 C_3 \cdot (2x)^{6-3} \cdot (3y)^3 + {}_6 C_4 \cdot (2x)^{6-4} \cdot (3y)^4 + {}_6 C_5 \cdot (2x)^{6-5} \cdot (3y)^5 + \\ &\quad {}_6 C_6 \cdot (2x)^{6-6} \cdot (3y)^6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Jadi suku ke-4 adalah} &= {}_6 C_3 \cdot (2x)^{6-3} \cdot (3y)^3 \\ &= {}_6 C_3 \cdot (2x)^3 \cdot (3y)^3 \\ &= \frac{6!}{3!(6-3)!} \cdot 2^3 \cdot x^3 \cdot 3^3 \cdot y^3 \\ &= \frac{6!}{3! \cdot 3!} \cdot 8x^3 \cdot 27y^3 \\ &= 20 \cdot 8x^3 \cdot 27y^3 = 4.320x^3y^3 \end{aligned}$$

## Latihan 2.4

*Kerjakan soal-soal di bawah ini dengan benar.*

- Jabarkan bentuk-bentuk binomial berikut.
  - $(x + 2)^3$
  - $(1 - 2x)^5$
  - $(2x - 3y)^4$
  - $(3y - 2)^5$
- Tentukan koefisien suku  $x^3$  dari bentuk-bentuk binomial berikut.
  - $(2x + y)^7$
  - $(3 + 2x)^5$
  - $(x - 3y)^6$
  - $(2 - 3x)^4$
- Tentukan koefisien suku  $x^2 y^2$  dari bentuk-bentuk binomial berikut.
  - $(x + y)^4$
  - $(2x + 3y)^3$
  - $(3x - 2y)^4$
  - $(\frac{1}{2}x - \frac{1}{4}y)^3$
- Carilah suku ke-3 dari bentuk-bentuk binomial berikut.
  - $(x + 2y)^4$
  - $(2x + 1)^5$
  - $(1 - 3x)^5$
  - $(\frac{2}{x} - x^2)^4$
- Carilah tiga suku pertama bentuk-bentuk binomial berikut.
  - $(3x + 1)^4$
  - $(x^2 + \frac{3}{x})^3$
  - $(x - \frac{2}{3})^4$
  - $(x - 1)^3$

## B. Ruang Sampel Suatu Percobaan

Himpunan dari semua hasil yang mungkin pada suatu percobaan disebut ruang sampel, yang biasa ditulis dengan notasi  $S$  dan setiap anggota dari  $S$  disebut titik sampel.

### 1. Menentukan Banyak Kemungkinan Kejadian dari Berbagai Situasi

Misalkan kita mengambil sebuah dadu maka sisi-sisi sebuah dadu akan terlihat banyaknya titik ada 1, 2, 3, 4, 5, dan 6. Jadi ruang sampelnya adalah  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ . Apabila kita melambungkan sebuah dadu sekali maka kemungkinan angka yang muncul adalah 1, 2, 3, 4, 5, atau 6. Kita tidak dapat memastikan bahwa angka 5 harus muncul atau angka 2 tidak muncul.

Jadi kemungkinan munculnya angka 1, 2, 3, 4, 5, atau 6 dalam suatu kejadian adalah sama. Misalnya, pada percobaan pelambungan sebuah dadu sekali. Jika  $A$  adalah kejadian muncul bilangan prima, maka  $A$  adalah 2, 3, dan 5 dan jika  $B$  kejadian muncul bilangan lebih besar dari 5 maka  $B$  adalah 6.

## 2. Menuliskan Himpunan Kejadian dari Suatu Percobaan

Untuk menuliskan kejadian dari suatu percobaan diketahui dengan himpunan. Misalnya dalam pelemparan sebuah mata uang sekali, maka ruang sampel  $S = \{A, G\}$ .  $A$  merupakan sisi angka dan  $G$  merupakan sisi gambar.

### Contoh soal

1. Pada percobaan pelemparan sebuah dadu sekali,  $A$  adalah kejadian muncul bilangan prima dan  $B$  adalah kejadian muncul bilangan lebih besar dari 3,  $A^c$ , dan  $B^c$  masing-masing merupakan komplement dari  $A$  dan  $B$ . Nyatakanlah  $A$ ,  $B$ ,  $A^c$ , dan  $B^c$  dalam bentuk himpunan.

### Penyelesaian

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \quad A^c = \{1, 4, 6\}$$

$$A = \{2, 3, 5\} \quad B^c = \{1, 2, 3\}$$

$$B = \{4, 5, 6\}$$

2. Diketahui 3 buah mata uang logam mempunyai sisi angka ( $A$ ) dan sisi gambar ( $G$ ), dilempar sekali. Jika  $P$  adalah kejadian muncul dua gambar dan  $Q$  adalah kejadian muncul tiga angka, nyatakan  $P$  dan  $Q$  dalam bentuk himpunan.

### Penyelesaian

Jika  $S$  merupakan ruang sampel maka:

$$S = \{AAA, AGA, GAA, GGA, GAG, AGG, AAG, GGG\}$$

$P$  adalah kejadian muncul dua gambar, maka:

$$P = \{GGA, GAG, AGG\}$$

$Q$  adalah kejadian muncul tiga angka, maka:

$$Q = \{AAA\}$$

## Latihan 2.5

**Kerjakan soal-soal di bawah ini dengan benar.**

1. Tuliskan ruang sampel dari kejadian berikut.
  - a. Pelambungan dua buah uang logam.
  - b. Pelambungan sebuah dadu.
  - c. Pelambungan tiga uang logam sekaligus.
  - d. Pelambungan dua buah dadu sekaligus.
2. Diketahui dua buah mata uang logam dilambungkan sekali.  $P$  adalah kejadian muncul dua gambar dan  $Q$  kejadian muncul satu angka. Nyatakan  $P$  dan  $Q$  dalam bentuk himpunan.

3. Diketahui tiga buah mata uang dilambungkan sekali. Nyatakan dalam sebuah himpunan kejadian-kejadian berikut.
  - a. Kejadian muncul 0 angka.
  - b. Kejadian muncul 1 angka.
  - c. Kejadian muncul 2 angka.
  - d. Kejadian muncul 3 angka.
4. Diketahui dua buah dadu dilambungkan sekali.  $X$  adalah kejadian munculnya mata dadu pertama dan  $Y$  adalah kejadian munculnya mata dadu kedua. Nyatakan dalam sebuah himpunan kejadian-kejadian berikut.
  - a. Kejadian muncul jumlah mata dadu 10.
  - b. Kejadian muncul jumlah mata dadu 12.
  - c. Kejadian muncul mata dadu sama.
  - d. Kejadian  $A = \{(x, y) \mid x + y = 7\}$ .
  - e. Kejadian  $B = \{(x, y) \mid x = 3\}$ .
  - f. Kejadian  $C = \{(x, y) \mid y = 5\}$ .

## C. Peluang Suatu Kejadian dan Penafsirannya

### 1. Peluang Suatu Kejadian

Sebelum mempelajari peluang suatu kejadian, marilah kita ingat kembali mengenai ruang sampel yang biasanya dilambangkan dengan  $S$ . Kejadian adalah himpunan bagian dari ruang sampel, sedangkan titik sampel adalah setiap hasil yang mungkin terjadi pada suatu percobaan. Jika  $A$  adalah suatu kejadian yang terjadi pada suatu percobaan dengan ruang sampel  $S$ , di mana setiap titik sampelnya mempunyai kemungkinan sama untuk muncul, maka peluang dari suatu kejadian  $A$  ditulis sebagai berikut.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

*Keterangan:*  $P(A)$  = peluang kejadian  $A$

$n(A)$  = banyaknya anggota  $A$

$n(S)$  = banyaknya anggota ruang sampel  $S$

Coba kamu pelajari contoh berikut agar lebih memahami tentang peluang.

#### Contoh soal

1. Pada pelemparan 3 buah uang sekaligus, tentukan peluang muncul:
  - a. ketiganya sisi gambar;
  - b. satu gambar dan dua angka.

### Penyelesaian

- a.  $S = \{AAA, AAG, AGA, GAA, AGG, GAG, GGA, GGG\}$

Maka  $n(S) = 8$

Misal kejadian ketiganya sisi gambar adalah  $A$ .

$A = \{GGG\}$ , maka  $n(A) = 1$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{8}$$

- b. Misal kejadian satu gambar dan dua angka adalah  $B$ .

$B = \{AAG, AGA, GAA\}$ , maka  $n(B) = 3$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{3}{8}$$

2. Dalam kantong ada 6 kelereng merah dan 5 kelereng putih. Jika diambil 4 kelereng sekaligus secara acak, tentukan peluang terambil:
- kelereng merah;
  - kelereng putih;
  - 2 merah dan 2 putih;
  - 3 merah dan 1 putih.

### Penyelesaian

$S$  = pengambilan 4 kelereng sekaligus.

$$n(S) = {}_{11}C_4 = \frac{11!}{4!(11-4)!} = \frac{11!}{4!7!} = \frac{11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7!}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 7!} = 330$$

- a. Misal kejadian terambilnya kelereng merah adalah  $A$ , maka:

$$n(A) = {}_6C_4 = \frac{6!}{4!(6-4)!} = \frac{6!}{4!2!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4!}{4!2 \cdot 1} = 15$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{15}{330} = \frac{1}{22}$$

Jadi, peluang terambil kelereng merah adalah  $\frac{1}{22}$ .

- b. Misal kejadian terambilnya kelereng putih adalah  $B$ , maka:

$$n(B) = {}_5C_4 = \frac{5!}{4!(5-4)!} = \frac{5!}{4!1!} = \frac{5 \cdot 4!}{4!1!} = 5$$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{5}{330} = \frac{1}{66}$$

Jadi, peluang terambil kelereng putih adalah  $\frac{1}{66}$ .

- c. Misal kejadian terambilnya 2 merah dan 2 putih adalah  $C$ , maka:

$$\begin{aligned} n(C) &= {}_6C_2 \times {}_5C_2 = \frac{6!}{2!(6-2)!} \times \frac{5!}{2!(5-2)!} = \frac{6!}{2!4!} \times \frac{5!}{2!3!} \\ &= \frac{6 \cdot 5 \cdot 4!}{2!4!} \times \frac{5 \cdot 4 \cdot 3!}{2!3!} = 15 \times 10 = 150 \end{aligned}$$

$$P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{150}{330} = \frac{5}{11}$$

Jadi, peluang terambil 2 merah dan 2 putih adalah  $\frac{5}{11}$ .

- d. Misal kejadian terambilnya 3 merah dan 1 putih adalah  $D$ , maka:

$$\begin{aligned} n(D) &= {}_6C_3 \times {}_5C_1 = \frac{6!}{3!(6-3)!} \times \frac{5!}{1!(5-1)!} = \frac{6!}{3!3!} \times \frac{5!}{1!4!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3!}{3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 3!} \times \frac{5}{1 \cdot 1} \\ &= 20 \times 5 = 100 \end{aligned}$$

$$P(D) = \frac{n(D)}{n(S)} = \frac{100}{330} = \frac{10}{33}$$

Jadi, peluang terambil 4 merah dan 1 putih adalah  $\frac{10}{33}$ .

## 2. Kisaran Nilai Peluang

Jika kejadian  $A$  dalam ruang sampel  $S$  selalu terjadi maka  $n(A) = n(S)$ , sehingga peluang kejadian  $A$  adalah:  $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{S}{S} = 1$

### Contoh soal

Tentukan peluang kejadian-kejadian berikut.

- Setiap orang hidup pasti memerlukan makan.
- Dalam pelemparan sebuah dadu, berapakah peluang munculnya angka-angka di bawah 10?

### Penyelesaian

- Karena setiap orang hidup pasti memerlukan makan, sebab kalau tidak makan pasti meninggal.

Jadi  $n(A) = 1$  dan  $n(S) = 1$ , maka:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = 1$$

- $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \rightarrow n(S) = 6$   
 $A =$  munculnya angka-angka di bawah 10

$$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \rightarrow n(A) = 6$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{6} = 1$$

Jika kejadian  $A$  dalam ruang sampel  $S$  tidak pernah terjadi sehingga  $n(A) = 0$ , maka peluang kejadian  $A$  adalah:  $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{0}{n(S)} = 0$ .

Untuk lebih jelasnya, perhatikan contoh soal berikut ini.

### Contoh soal

Tentukan peluang kejadian-kejadian berikut.

- Orang dapat terbang.
- Muncul angka tujuh pada pelambungan sebuah dadu.

### Penyelesaian

- Tidak ada orang dapat terbang, maka  $n(A) = 0$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{0}{n(S)} = 0.$$

Jadi peluang orang dapat terbang adalah 0.

- Dalam pelambungan sebuah dadu angka tujuh tidak ada, maka  $n(A) = 0$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{0}{n(S)} = 0.$$

Dari contoh soal di atas, maka kita dapat menentukan kisaran peluangnya adalah: Jadi peluang muncul angka tujuh adalah 0.

## 3. Frekuensi Harapan Suatu Kejadian

Frekuensi harapan dari sejumlah kejadian merupakan banyaknya kejadian dikalikan dengan peluang kejadian itu. Misalnya pada percobaan  $A$  dilakukan  $n$  kali, maka frekuensi harapannya ditulis sebagai berikut.

$$F_h = n \times P(A)$$

Perhatikan contoh berikut untuk lebih memahami.

### Contoh soal

- Pada percobaan pelemparan 3 mata uang logam sekaligus sebanyak 240 kali, tentukan frekuensi harapan munculnya dua gambar dan satu angka.

### Penyelesaian

$$S = \{AAA, AAG, AGA, GAA, AGG, GAG, GGA, GGG\} \Rightarrow n(S) = 8$$

$$A = \{AGG, GAG, GGA\} \Rightarrow n(A) = 3$$

$$\begin{aligned} F_h(A) &= n \times P(A) = 240 \times \frac{n(A)}{n(S)} \\ &= 240 \times \frac{3}{8} = 90 \text{ kali} \end{aligned}$$

2. Pada percobaan pelemparan 2 buah dadu sekaligus sebanyak 108 kali, tentukan frekuensi harapan munculnya  $A = \{(x, y) \mid x = 3\}$ ,  $x$  adalah dadu pertama dan  $y$  adalah dadu kedua.

**Penyelesaian**

$$S = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), \dots, (6, 6)\} \Rightarrow n(S) = 36$$

$$A = \{(3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6)\} \Rightarrow n(A) = 6$$

$$\begin{aligned} F(A) &= n \times P(A) \\ &= n \times \frac{n(A)}{n(S)} \\ &= 108 \times \frac{6}{36} = 18 \text{ kali} \end{aligned}$$

## Latihan 2.6

**Kerjakan soal-soal di bawah ini dengan benar.**

- Jika sebuah dadu dilambungkan sekali, tentukan peluang munculnya angka-angka:
  - lebih dari 4,
  - kurang dari 3,
  - ganjil,
  - kelipatan 3.
- Jika sebuah dadu dilambungkan 360 kali, tentukan frekuensi harapan munculnya angka-angka:
  - genap,
  - prima,
  - 8,
  - lebih dari 5.
- Dua buah dadu dilepar sekaligus. Jika  $x$  dadu pertama dan  $y$  dadu kedua, tentukan peluang terambilnya:
  - $A = \{(x, y) \mid y = 3\}$ ;
  - $B = \{(x, y) \mid x + y = 10\}$ ;
  - $C = \{(x, y) \mid y = x + 1\}$ ;
  - $D = \{(x, y) \mid x + 2y = 12\}$ .
- Dalam suatu kotak terdapat 10 bola, di mana 6 bola berwarna merah dan empat bola berwarna putih. Jika 2 bola diambil sekaligus, berapakah peluang munculnya bola:
  - merah,
  - putih?
- Dalam satu set kartu bridge, berapakah peluangnya jika terambil:
  - kartu As berwarna merah,
  - kartu bernomor yang kurang dari 6,
  - kartu bernomor lebih dari 4?
- Dalam sebuah kotak terdapat 10 kartu bernomor 1 sampai 10. Jika diambil satu kartu secara acak sampai 150 kali, berapakah frekuensi harapan munculnya:
  - nomor ganjil,
  - nomor prima,
  - nomor yang lebih dari 7?

## 4. Peluang Komplemen Suatu Kejadian

Untuk mempelajari peluang komplemen suatu kejadian, coba perhatikan contoh berikut.

### Contoh soal

Pada pelemparan sebuah dadu sekali, berapakah peluang munculnya:

- nomor dadu ganjil,
- nomor dadu tidak ganjil?

### Penyelesaian

- Untuk menjawab permasalahan peluang munculnya nomor dadu ganjil kita lihat ruang sampel lebih dahulu yaitu  $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ , maka  $n(S) = 6$ .

$A$  adalah jika keluar nomor ganjil yaitu  $A = \{1, 3, 5\}$ , maka  $n(A) = 3$  sehingga

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

- Peluang munculnya nomor dadu tidak ganjil kita sebut  $A^C$  (komplemen dari  $A$ ),

maka  $A^C = \{2, 4, 6\} \Rightarrow n(A^C) = 3$ , sehingga  $P(A^C) = \frac{n(A^C)}{n(S)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

Dari contoh tersebut kita dapat mengambil kesimpulan bahwa:

$$P(A) + P(A^C) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$
$$P(A) + P(A^C) = 1 \text{ atau } P(A^C) = 1 - P(A)$$

Untuk lebih jelasnya, pelajailah contoh soal berikut ini.

### Contoh soal

Dalam sebuah kotak terdapat bola yang diberi nomor 1 sampai 10. Jika diambil sebuah bola, berapakah peluang munculnya:

- nomor prima,
- bukan nomor prima.

### Penyelesaian

- $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\} \Rightarrow n(S) = 10$

Misalnya munculnya nomor prima adalah  $A$ , maka:

$$A = \{2, 3, 5, 7\} \Rightarrow n(A) = 4$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{10} = 0,4$$

- Bukan nomor prima =  $A^C$ , maka peluangnya =  $P(A^C)$ :

$$P(A^C) = 1 - P(A)$$

$$= 1 - 0,4 = 0,6$$

## 5. Peluang Dua Kejadian Saling Asing

- a. Peluang gabungan dua kejadian (kejadian  $A$  atau kejadian  $B$ ) dapat ditentukan dengan rumus sebagai berikut.

Misal  $A$  dan  $B$  adalah dua kejadian yang berbeda  $S$ , maka peluang kejadian  $A \cup B$  ditentukan dengan aturan:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

### Contoh soal

Dalam melambungkan sebuah dadu, jika  $A$  adalah kejadian munculnya bilangan ganjil dan  $B$  adalah kejadian munculnya bilangan prima. Tentukan peluang kejadian munculnya bilangan ganjil atau prima!

### Penyelesaian

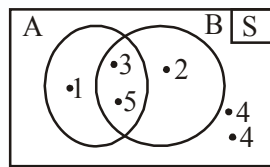
$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$A = \text{bilangan ganjil} : \{1, 3, 5\} \rightarrow P(A) = \frac{3}{6}$$

$$B = \text{bilangan prima} : \{2, 3, 5\} \rightarrow P(B) = \frac{3}{6}$$

$$A \cap B = \{3, 5\} \rightarrow P\{A \cap B\} = \frac{2}{6}$$

$$\begin{aligned} P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\ &= \frac{3}{6} + \frac{3}{6} - \frac{2}{6} = \frac{6-2}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \end{aligned}$$



Jadi peluang kejadian munculnya bilangan ganjil atau prima adalah  $\frac{2}{3}$

- b. Peluang gabungan dua kejadian saling asing (kejadian  $A$  atau  $B$  di mana  $A$  dan  $B$  saling asing)

Karena  $A$  dan  $B$  saling asing maka  $A \cap B = 0$  atau  $P(A \cap B) = 0$

Sehingga:  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$$P(A) + P(B) - 0$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

### Contoh soal

Dalam sebuah kantong terdapat 10 kartu, masing-masing diberi nomor yang berurutan, sebuah kartu diambil dari dalam kantong secara acak, misal  $A$  adalah kejadian bahwa yang terambil kartu bernomor genap dan  $B$  adalah kejadian terambil kartu bernomor prima ganjil.

- Selidiki apakah kejadian  $A$  dan  $B$  saling asing.
- Tentukan peluang kejadian  $A$  atau  $B$ .

### Penyelesaian

- $(A \cap B) = \{ \}$  maka  $A$  dan  $B$  saling asing

$$b. \quad S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\} \rightarrow P(A) = \frac{5}{10}$$

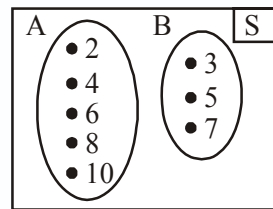
$$A = \{2, 4, 6, 8, 10\} \rightarrow P(B) = \frac{3}{10}$$

$$B = \{3, 5, 7\} \rightarrow P(A \cap B) = 0$$

$$P(A \cap B) = \{ \}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

$$= \frac{5}{10} + \frac{3}{10} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$$



## 6. Peluang Kejadian Saling Bebas

Jika kejadian  $A$  tidak memengaruhi terjadinya kejadian  $B$  dan sebaliknya atau terjadi atau tidaknya kejadian  $A$  tidak tergantung pada terjadi atau tidaknya kejadian  $B$ . Hal ini seperti digambarkan pada pelemparan dua buah dadu sekaligus.

$A$  adalah kejadian keluarnya dadu pertama angka 3 dan  $B$  adalah kejadian keluarnya dadu kedua angka 5 maka kejadian  $A$  dan kejadian  $B$  merupakan dua kejadian yang saling bebas, dan peluang kejadian ini dapat dirumuskan:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

Coba kamu pelajari contoh berikut untuk lebih memahami tentang kejadian saling bebas.

### Contoh soal

Pada pelemparan sebuah dadu sekaligus.  $A$  adalah kejadian keluarnya dadu pertama angka 3 dan  $B$  adalah kejadian keluarnya dadu kedua angka 5. Berapakah peluang terjadinya  $A$ ,  $B$ , dan  $A \cap B$ .

### Penyelesaian

$$S = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), \dots, (6, 6)\} \rightarrow n(S) = 36$$

$$A = \{(3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6)\} \rightarrow n(A) = 6$$

$$B = \{(1, 5), (2, 5), (3, 5), (4, 5), (5, 5), (6, 5)\} \rightarrow n(B) = 6$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

$$P(B) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$$

## 7. Peluang Kejadian Bersyarat

Dua kejadian disebut kejadian bersyarat atau kejadian yang saling bergantung apabila terjadi atau tidak terjadinya kejadian  $A$  akan memengaruhi terjadi atau tidak terjadinya kejadian  $B$ . Peluang terjadinya kejadian  $A$  dengan syarat kejadian  $B$  telah muncul adalah:

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}, \text{ dengan syarat } P(B) \neq 0$$

Atau peluang terjadinya kejadian  $B$  dengan syarat kejadian  $A$  telah muncul adalah:

$$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}, \text{ dengan syarat } P(A) \neq 0$$

Untuk lebih jelasnya, perhatikan contoh soal berikut.

### Contoh soal

Dalam sebuah kotak terdapat 6 bola merah dan 4 bola putih. Jika sebuah bola diambil dalam kotak itu berturut-turut sebanyak dua kali tanpa pengembalian. Tentukan peluang yang terambil kedua-duanya bola merah.

### Penyelesaian

$$P(A) = \frac{6}{10}; \quad P(B/A) = \frac{5}{9}$$

$$\begin{aligned} P(A \cap B) &= P(A) \cdot P(B/A) \\ &= \frac{6}{10} \times \frac{5}{9} = \frac{30}{90} = \frac{1}{3} \end{aligned}$$

Jadi, peluang yang terambil kedua-duanya bola merah tanpa pengembalian adalah  $\frac{1}{3}$ .

## Latihan 2.7

**Kerjakan soal-soal di bawah ini dengan benar.**

1. Sebuah kartu diambil secara acak dari 52 buah kartu *bridge*. Tentukan peluang terambil kartu skop atau kartu berwarna merah.
2. Jika sebuah dadu dilempar sekali, tentukan peluang munculnya angka dadu bilangan prima atau bilangan genap.
3. Dalam pelemparan dua buah dadu sekaligus, berapakah peluang keluarnya dadu pertama angka 1 dan dadu kedua angka 4.

4. Dalam kantin sekolah terdapat 30 siswa, di mana 12 siswa sedang minum es dan makan soto, 20 siswa sedang minum es dan makan bakso, sedangkan 3 siswa hanya duduk. Tentukan peluang yang minum es saja.
5. Dalam kotak terdapat 10 bola, 5 bola berwarna putih, 1 bola merah dan lainnya berwarna kuning. Jika sebuah bola diambil secara acak, berapa peluang:
  - a. terambil bola berwarna kuning,
  - b. terambil bola tidak berwarna kuning.
6. Sebuah dadu dilempar satu kali. Tentukan peluang keluarnya bilangan genap, bila telah diketahui telah keluar bilangan lebih dari 5.

## Rangkuman

1. Aturan pengisian tempat

Jika sesuatu pekerjaan diselesaikan dengan  $p$  cara yang berlainan dan sesuatu pekerjaan lain diselesaikan dengan  $q$  cara yang berlainan, maka banyaknya cara untuk melakukan dua kegiatan itu dapat diselesaikan dengan  $(p \times q)$  cara.

2. Faktorial

$$n! = n(n-1)(n-2)(n-3) \dots 3 \cdot 2 \cdot 1$$

3. Permutasi dari  $n$  unsur, pada setiap pengambilan diambil  $r$  unsur dirumuskan:

$${}_n P_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

4. Banyaknya permutasi dari  $n$  unsur dengan  $m$  unsur yang sama dirumuskan:

$$P = \frac{n!}{m!}$$

5. Permutasi siklis dari  $n$  unsur dirumuskan:

$$P = (n-1)!$$

6. Kombinasi dari  $n$  unsur, pada setiap pengambilan diambil  $r$  unsur dirumuskan:

$${}_n C_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

7. Bentuk  $(a+b)^n$  dapat dijabarkan dengan binomial Newton sebagai berikut:

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^n {}_n C_k a^{n-k} b^k$$

8. Peluang kejadian  $A$  jika ruang sampel  $S$  adalah:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} \text{ di mana } 0 < P(A) < 1$$

9. Frekuensi harapan munculnya kejadian  $A$  dalam  $n$  kali percobaan adalah:

$$F_h = P(A) \times n$$

10. Kejadian majemuk

Peluang kejadian  $A$  atau kejadian  $B$  dinotasikan  $P(A \cup B)$  adalah:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Jika  $A \cap B = \emptyset$ , maka disebut kejadian saling lepas atau saling asing, sehingga:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

11. Kejadian  $A$  dan kejadian  $B$  merupakan dua kejadian saling bebas apabila:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

12. Kejadian  $A$  dan kejadian  $B$  merupakan dua kejadian tidak saling bebas atau kejadian bersyarat apabila:

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \text{ dengan syarat } P(B) \neq 0 \text{ atau}$$

$$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \text{ dengan syarat } P(A) \neq 0$$



## Evaluasi

**I. Pilihlah salah satu jawaban yang paling benar.**

- Dari 5 pria dan 4 wanita akan dipilih 3 pria dan 3 wanita. Banyak cara memilih ada ....
  - 60
  - 40
  - 24
  - 20
  - 18
- Banyak sepeda motor yang memakai nomor polisi dengan susunan angka-angka 1, 2, 3, 4 dan 5 dan terdiri atas lima angka tanpa berulang adalah ....
  - 40
  - 60
  - 120
  - 240
  - 400
- Nilai  $n$  yang memenuhi  $\frac{n!}{(n-1)!} = 6$  adalah ....
  - 2
  - 3
  - 4
  - 5
  - 6





16. Pada suatu tiang diikatkan bendera 4 buah berwarna merah, 2 biru, dan 2 hijau. Setiap susunan mempunyai arti yang berbeda. Banyaknya susunan yang mungkin adalah ....
- 70
  - 90
  - 240
  - 280
  - 420
17. Dari 10 peserta olimpiade matematika yang masuk nominasi akan dipilih 3 nominasi terbaik secara acak. Banyak pilihan yang dapat dilakukan adalah ....
- 10
  - 20
  - 40
  - 120
  - 720
18. Dalam suatu pertemuan ada 30 orang dan saling berjabat tangan. Banyak cara jabat tangan yang terjadi adalah ....
- 435
  - 455
  - 870
  - 875
  - 885
19. Sebuah kantong berisi 6 bola merah, 4 bola putih, dan 8 bola biru. Apabila 3 bola diambil sekaligus secara acak, peluang terambil 2 bola putih dan 1 bola merah adalah ....
- $\frac{55}{204}$
  - $\frac{5}{204}$
  - $\frac{7}{102}$
  - $\frac{3}{68}$
  - $\frac{6}{17}$
20. Sebuah kartu diambil dari seperangkat kartu bridge. Peluang terambil kartu As atau kartu warna merah adalah ....
- $\frac{4}{54}$
  - $\frac{10}{52}$
  - $\frac{26}{52}$
  - $\frac{28}{52}$
  - $\frac{30}{52}$

**II. Kerjakan soal-soal berikut ini dengan benar.**

- Dari lima buah angka 1, 2, 3, 4, 5 hendak disusun bilangan genap yang terdiri atas tiga angka. Berapa banyaknya bilangan yang dapat disusun jika angka-angka itu:
  - boleh ada yang sama,
  - tidak boleh ada yang sama.

2. Sebuah kantong berisi 7 kelereng merah dan 5 kelereng kuning. Dari kantong itu diambil 3 kelereng sekaligus secara acak. Ada berapa cara pengambilan, jika kelereng yang diambil adalah:
  - a. ketiganya berwarna merah,
  - b. ketiganya berwarna kuning,
  - c. 2 kelereng berwarna merah dan 1 kelereng berwarna kuning?
3. Terdapat 10 bola yang diberi nomor 1 sampai 10. Jika diambil 2 bola secara acak dari kartu itu, berapa peluang terambil 2 bola dengan nomor bilangan prima?
4. Pada percobaan melempar dua buah dadu sekaligus, tentukan peluang kejadian mata dadu yang muncul berjumlah lebih dari 4.
5. Dalam pelemparan dua buah dadu sekaligus, tentukan peluang keluarnya jumlah kedua mata dadu sama dengan 5 atau jumlah kedua mata dadu sama dengan 10.
6. Tentukan banyaknya susunan yang berbeda dapat dibuat dari kata:
  - a. BUKU
  - b. RATARATA
  - c. LIMIT
  - d. KALKULUS
7. Tentukan  $n$  jika:
  - a.  ${}_{(n+3)}P_2 = 56$ ,
  - b.  $4 {}_n P_3 = 24 {}_n C_4$ .
8. Diketahui kejadian  $A$  dan  $B$  adalah kejadian yang saling bebas tetapi tidak saling lepas. Jika  $P(A) = \frac{1}{3}$  dan  $P(A \cup B) = \frac{3}{5}$ , hitunglah  $P(B)$ .
9. Tentukan koefisien suku ke-5 dari  $(-2x - y)^7$ .
10. Dalam sebuah kotak terdapat 12 bola merah dan 8 buah bola putih. Jika sebuah bola diambil dari dalam kotak berturut-turut sebanyak dua kali tanpa pengembalian, tentukan peluang yang terambil kedua-duanya bola merah.